

Programa olimpiadei de matematică

pentru clasa a V-a în anul școlar 2018-2019

- În programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare pentru disciplina matematică din clasele anterioare.
- În programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare.

Etapa județeană

Numere naturale.

Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte.

Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației. Metoda figurativă. Metoda mersului invers. Metoda falsei ipotezei.

Divizibilitatea numerelor naturale

Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n , 5^n , 10^n , 3 și 9; numere prime; numere compuse. Scrierea numerelor naturale ca produs de factori primi

Etapa națională

Fracții ordinare. Fracții zecimale (conținutul programei școlare) **Elemente de geometrie și unități de măsură** (conținutul programei școlare)

Note

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme (fără demonstrație conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

**Programa olimpiadei de matematică
pentru clasa a VI-a în anul școlar 2018-2019**

- În programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă pentru disciplina matematică din clasele anterioare.
- În programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare
- Conținuturile suplimentare față de programa școlară, marcate cu text *înclinat* în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă

ALGEBRĂ

Etapa județeană

1. Mulțimi

• Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite. *Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei.*

• Mulțimea \mathbb{N} . Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.. Proprietăți.

- $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$
- Dacă $(a, b) = d$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x, y) = 1$ și $a = dx, b = dy$.
- Dacă $[a, b] = m$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x, y) = 1$ și $m = ax, m = by$.

2. Rapoarte și proporții

• Rapoarte. Proporții. Procente. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct și invers proporționale. Regula de trei simplă.

• Elemente de organizare a datelor. Grafice. Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice. Probabilități.

3. Mulțimea numerelor întregi

• Ordonarea numerelor întregi. Modulul unui număr întreg. Operații în \mathbb{Z} . Proprietăți. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg nenul. Reguli de calcul cu puteri. Ecuații și inecuații în \mathbb{Z} . Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor.

- *Divizibilitatea în \mathbb{Z} . Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{Z} .*

Etapa națională

4. Mulțimea numerelor raționale

- Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor raționale. Modulul unui număr rațional.
- Operații cu numere raționale. Proprietăți. Puterea cu exponent întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri.
- Ecuații, *inecuații*. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/*inecuațiilor*.

GEOMETRIE

Etapa județeană

1. Unghiuri

- Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare, complementare, adiacente. Bisectoarea unui unghi.
- *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf.*

2. Paralelism și perpendicularitate

- Drepte paralele. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice.
- Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă. Aplicații practice.

3. Cercul

- Definiția cercului, construcție, elemente în cerc. Unghi la centru. Măsuri. Poziția unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.

4. Triunghiul

- Definiție, elemente. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi, unghi exterior. Construcția triunghiurilor, inegalități între elementele triunghiului.
- Linii importante în triunghi: bisectoarele unghiurilor, mediatoarele laturilor, înălțimile, medianele unui triunghi. Proprietăți.
- Congruența triunghiurilor -conținutul programei școlare și *cazul L.L.U.*. Congruența triunghiurilor dreptunghice (cazurile IC, IU, CC, CU). Metoda triunghiurilor congruente.

Etapa națională

5. Triunghiul

- Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale.
- Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. Teorema unghiului de 30° , *teorema unghiului de 15°* , teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora.
- *Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi.*

Clasa a VII-a

ALGEBRĂ

Etapa județeană

1. Mulțimea numerelor raționale

- Conținutul programei școlare

2. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Modulul unui număr real. *Proprietățile modulului.* Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real
- Reguli de calcul cu radicali. Raționalizarea numitorilor. *Formula radicalilor dubli și următoarele rezultate:*
 - a) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $p, q \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$.
 - b) Dacă $a \in \mathbb{Q}^*$ și $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

3. Calcul algebric

- Conținutul programei școlare și următoarele rezultate:
 - a) $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}$;
 - b) $a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}$, n impar;
 - c) $(a + b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$
 - d) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ (identitatea lui Lagrange)

Etapa națională

4. Ecuații și inecuații

- Conținutul programei școlare
 - Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim
- a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$;
- b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, pentru orice $a, b > 0$
- c) $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$, $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$
(inegalitatea mediilor);
- d) $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$, $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}$ și $n \in \mathbb{N}^*$
(inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

5. Elemente de organizare a datelor

- Conținutul programei școlare

GEOMETRIE

Etapa județeană

1. Patrulater

- Conținutul programei școlare

2. Asemănarea triunghiurilor

- Conținutul programei școlare
- Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.

3. Probleme de coliniaritate. Probleme de concurență

- Teorema lui Menelaos; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă.

Etapa națională

4. Relații metrice

- Conținutul programei școlare
- Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}.$$

- Arii: $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$; $A_\Delta = p \cdot r$; $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$; $A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$.

5. Cercul

- Conținutul programei școlare
- Patrulater inscriptibil. Patrulater circumscriptibil. Condiții de inscriptibilitate, condiții de circumscriptibilitate
- Dreapta lui Simson. Cercul lui Euler

6. Probleme elementare de loc geometric

Clasa a VIII–a

ALGEBRĂ

Etapa județeană

1. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Partea întregă și partea fracționară a unui număr real. Ecuații. Modulul unui număr real. Ecuații
- Intervale. *Operații cu intervale. Inecuații*
- Formulele de calcul prescurtat. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații

Etapa națională

2. Funcții

- Conținutul programei școlare

3. Ecuații, inecuații și sisteme de ecuații

- Conținutul programei școlare

GEOMETRIE

Etapa județeană

1. Puncte, drepte, plane. Paralelism

- Conținutul programei școlare
- Teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulateră regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie

2. Proiecții ortogonale pe un plan

- Conținutul programei școlare
- Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector

Etapa națională

3. Calcul de arii și volume (prisma, piramida, trunchiul de piramidă)

- Conținutul programei școlare

4. Corpuri rotunde

- Conținutul programei școlare

5. Probleme elementare de loc geometric

NOTE.

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fundamentale, fără demonstrație (de exemplu: teorema lui Steiner, teorema lui Ptolemeu, teorema lui Fermat și principiul inducției matematice etc.) conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.